

264. Variables aléatoires discrètes, ex et appls.

Plan:

I. Autours des variables aléatoires discrètes

a) Définitions et premières propriétés [APF]

• def. v.a. discrète (bien dire que X doit être mesurable!) + ex / rmq de proba discrète $\Omega = \{0, 1\}$, $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{1\}, \{0\}, \Omega\}$, ... + système complet induit par v.a. discrète + loi v.a. discrète + prop $P_X(A) = \mathbb{P}(X = x_k)$ + rmq déterminer proba revient à déterminer $X(\omega)$ et $\{X = x_k\}$ + pct de répartition + ex pour une loi de Bernoulli (faire dessin annexé) + ppt f.r. + ex pour loi de Poisson (faire dessin annexé) p. 127-131 [APF]

b) Exemples de lois classiques [APF]

demon en peu tout ce qui tourne + faire quelques histogrammes et fonction de répartition en annexe p. 133-133 [APF]

II. Espérance d'une variable aléatoire discrète

a) Espérance [APF]

rmq v.a. discrète peut écrire $\sum \alpha_i 1_{A_i}$

• def espérance + rmq sur ex et "un" de sommation + si $X = \sum \alpha_i 1_{A_i} \Rightarrow E(X) = \sum \alpha_i P(A_i)$ + linéarité de l'espérance + ppt + $E(\sum) = \sum E()$ p. 143-151 [APF]

b) Moments [APF]

• thm de transfert + ex d'utilisation + def. moment + si moment adéq. à les moments précédents + def et prop. moments centré + def var + König-Muysgens + def écart-type + rmq sur "dérivation" + ppt variance + BT, Markov + annexe avec loi variance, moments -- p. 152-153 [APF]

c) Fonctions génératrices [APF]

• def fct génératrice + si via $G(t) = E(e^{tX})$ + ppt fonctions génératrices + récupération des moments par fct génératrices + annexe fct génératrice classiques. p. 160-162 [APF]

III. Couple de variables aléatoires discrètes

a) Loi d'un couple [APF]

• def loi d'un couple + lois marginales + retrouver lois marginales à partir couple + tableau annexé + rmq réciproque fausse pour 2 tableaux annexés + lois conditionnelles + thm de transfert pour un couple p. 174-177 [APF]

b) Indépendance [APF] [ROM] [GOS]

scindant

def indep. + tableau annexé + def mutuellement indep. + fct de v.a. indep. + lemme des coalitions + $E(XY) = E(X)E(Y)$ + $\sum$ v.a. indep. + fct génératrice p. 177-182 [APF]

• lien J et mb 1^{er} p. 344 [ROM] + $J(\delta) \sim \frac{1}{0-1} + \int \frac{1}{p} dv$ p. 304 [GOS] DEVL

II. Théorèmes limite

a) Fonction caractéristique des v.a. discrètes [APF]

def. fct car. pour v.a. discrète + $\varphi_{X_1 + \dots + X_n} = \varphi_{X_1} \dots \varphi_{X_n}$ + lien fct car et loi + lien moment fct car + annexe fct car. usuelles p. 253-254

b) Convergence en loi de v.a. discrète [APF] [GOS] [QUS]

• def cv en loi + caract. par f.r. p. 57-58 [GOS]

• cv en loi v.a. discrète p. 327 [APF] + appli linéar. poisson p. 327 [APF] DEVL

Levy p. 314 [QUS] + TCL p. 33 [QUS] marche pas si pas discret p. 333

Références:

[APF]: Appel, probas pour non probabilités

[ROM]: Romelli, alg. géo

[GOS]: Gooden, Analyse

[CHAS]: Chapuol, probas stato agrég

[QUS]: Queffelec, analyse agrég

Commentaires:

- faire petit dessin en annexe g. a. pleins de trucs (tableau loi + f.r. + histo. + loi couple marginales --)

- def cv en loi [GOS] car [APF] def. par f.r.

- rappeler def fct car?